



# PROBLÈMES MATHÉMATIQUES

## CLAUDE, SA FORÊT, SON COURS D'EAU ET L'AMÉNAGEMENT FORESTIER

Claude, propriétaire d'un boisé, veut aménager sa forêt pour en tirer un revenu d'appoint. Son lot a une superficie totale de 100 hectares. On retrouve un lac et un cours d'eau sur la propriété; ceux-ci couvrent une superficie de 15 hectares. Les milieux aquatiques sont très fragiles et vulnérables, et la végétation qui les entoure joue un rôle de première importance dans la préservation de la qualité du milieu aquatique. De ce fait, la réglementation d'abattage d'arbres à proximité de milieux aquatiques est beaucoup plus stricte qu'ailleurs. Justement, Claude est très conscient du rôle protecteur du couvert forestier à proximité des cours d'eau. Il coupe donc beaucoup moins d'arbres dans la bande entourant le cours d'eau que dans le reste de la forêt. Cette bande de protection équivaut à une fois et demie la superficie du lac et du cours d'eau. Pour connaître la quantité de bois disponible dans sa forêt, Claude fait un inventaire forestier afin de déterminer le volume de bois sur pied. D'après ses calculs, il estime que sa forêt a un volume de bois sur pied d'environ  $165 \text{ m}^3$  par hectare. Dans sa forêt, Claude procède à des coupes partielles où il prélève près du tiers du volume sur pied; soit  $55 \text{ m}^3$  par l'hectare. Dans la bande de protection du milieu aquatique, il ne coupe que  $20 \text{ m}^3$  par l'hectare, soit 12 % du volume de bois sur pied.

1. Quel est le volume total de bois (volume de bois sur pied) présent dans la forêt de Claude?
2. Combien de bois récolte Claude lors de la première coupe?
3. Quel est le volume de bois sur pied restant après la coupe dans la forêt et dans la bande de protection?
4. La forêt se régénère et croît à un rythme de  $3.9 \text{ m}^3$  par hectare par année. Quelle sera la densité de la forêt et de la bande après 10 ans? Et après 20 ans?
5. Dans combien d'années la forêt et la bande de Claude auront-elles la même densité qu'avant la première coupe?
6. Claude désire faire une nouvelle coupe après 15 ans. En respectant les objectifs de coupe qu'il s'est fixés il y a 15 ans, soit 33 % et 12 % du volume de bois sur pied en forêt et dans la bande de protection respectivement, combien de bois coupera-t-il cette fois-ci?
7. Quel est le volume de bois sur pied restant après la seconde coupe en forêt et dans la bande de protection?
8. Quinze ans après la seconde coupe, Claude procède à une nouvelle coupe pour assurer l'aménagement régulier de sa forêt. Combien de bois récolte-t-il cette fois-ci (en gardant toujours les mêmes objectifs de coupe)?
9. Quel est le volume de bois sur pied restant après la troisième coupe en forêt et dans la bande de protection?
10. L'aménagement forestier de Claude semble-t-il être bénéfique, sans effet ou néfaste pour sa forêt? Devrait-il changer sa méthode de récolte pour assurer un bon rendement de sa forêt à très long terme? Commente la stratégie de Claude et fait des recommandations pour améliorer sa forêt, s'il y a lieu.
11. Peu de temps après la troisième récolte de matière ligneuse, une épidémie de tordeuse des bourgeons de l'épinette frappe la forêt de Claude et affecte 15 % de sa forêt. En d'autres termes, 15 % du volume de matière ligneuse de la forêt (forêt et bande) est perdu. Combien de bois reste-t-il dans la forêt après ce malencontreux événement?
12. Combien d'années Claude devra-t-il attendre avant que sa forêt ait la même densité qu'elle avait avant la troisième coupe? Seulement à ce moment pourra-t-il faire une autre coupe, ou peut-être sera venu le temps que son fils s'occupe de la forêt... Y a-t-il une différence entre la forêt et la bande de forêts?



## GÉOMÉTRIE ET FACTORISATION

James possède une terre couverte de forêt mixte et champ en friche. Il désire faire une plantation de chênes rouges sur la friche de façon à utiliser et à valoriser la totalité de sa terre. Le chêne rouge est une espèce très importante pour la production de bois de haute valeur en Estrie; le bois de cette essence d'arbre a une grande valeur sur le marché international. Toujours est-il que sa terre est située en Estrie où les populations de cerfs de Virginie sont importantes et parfois nuisibles. Le cerf de Virginie se régale des jeunes feuilles et des jeunes branches de chêne rouge. Les cerfs peuvent facilement causer la mort des jeunes chênes à cause de leur broutage. Donc, James veut clôturer la portion de sa terre qu'il entend consacrer à sa plantation de chênes rouges. Sa terre est de forme rectangulaire et possède une aire de  $20x^2 + 21x + 4$ . La friche que James veut consacrer à sa plantation de chênes rouges est 1 unité ( $x$ ) moins large que sa terre entière et 3 unités ( $x$ ) moins longues.

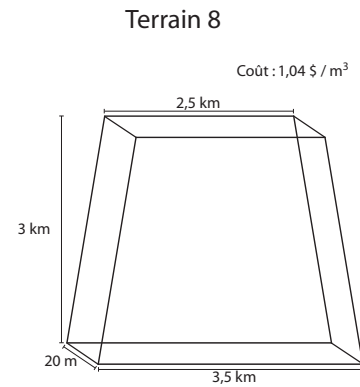
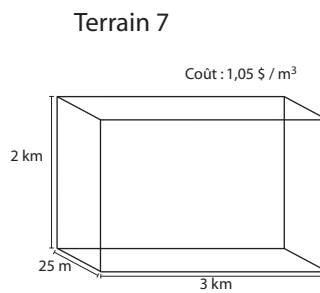
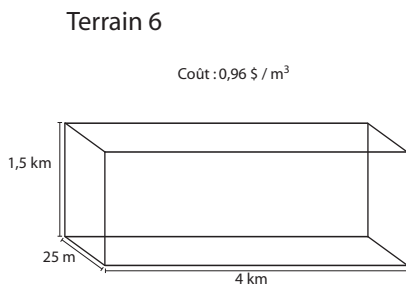
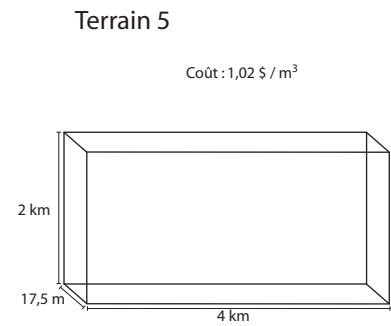
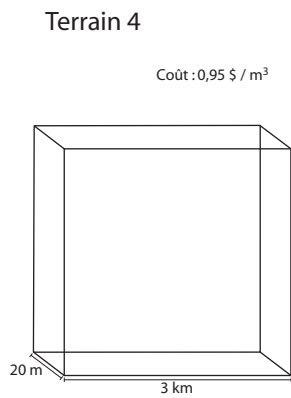
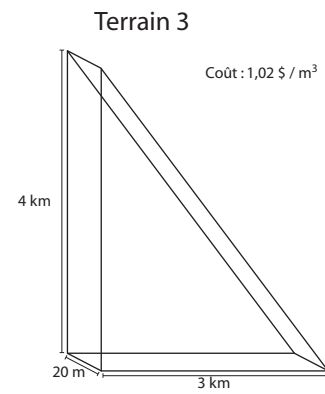
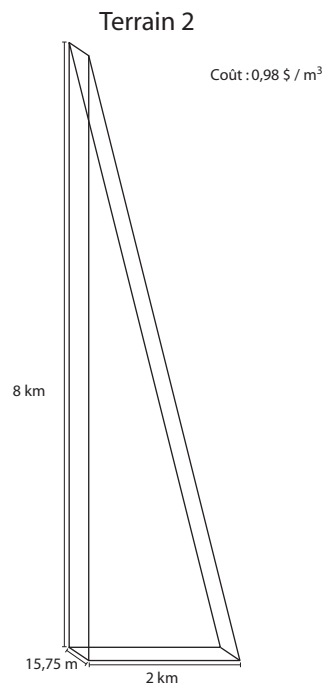
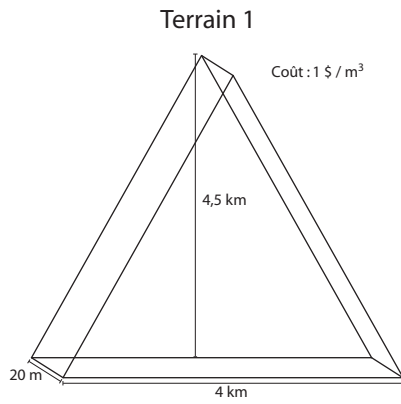
1. Dresse un schéma de la terre de James incluant les dimensions du lot complet et de la partie consacrée à la plantation de chênes rouges.
2. Quelle expression algébrique représente la longueur de clôture dont James aura besoin pour entourer sa plantation?
3. Admettant que  $x$  représente le nombre de kilomètres, que l'on substitue 1,5 km pour  $x$  et que la clôture coûte 3,30 \$ le mètre, combien devra déboursier James pour clôturer sa plantation de chênes rouges?

## FIGURES PLANES OU SOLIDES ÉQUIVALENTES

M. Bilodeau veut acheter une grande terre pour l'aménager dans le but de récolter de la matière ligneuse, c'est-à-dire du bois. Il vient tout juste de commencer sa retraite et espère tirer un revenu en exploitant une forêt de façon durable. M. Bilodeau se renseigne sur plusieurs lots à vendre dans les environs. Les différents lots qu'ils considèrent acheter sont illustrés plus bas. De plus, les propriétaires des lots les vendent en fonction de la valeur du bois sur pied puisqu'après tout, la forêt sera exploitée pour son bois. La valeur de bois sur pied est la valeur monétaire de tous les arbres d'essence commerciale présents sur un lot. Tous les lots que considère M. Bilodeau sont approximativement au même stade de développement, ils ont donc un volume solide de bois semblable, soit environ  $155 \text{ m}^3$  par hectare ( $100 \text{ hectares} = 1 \text{ km}^2$ ). Finalement, la valeur moyenne du lot est calculée en fonction du volume de bois en mètres cubes sur ce lot.

\* Voir le schéma à la page suivante.

1. Classifie les lots en groupes de figures équivalentes en indiquant l'aire de chaque groupe.
2. Quel(s) lot(s) a(ont) la plus grande aire?
3. Calcule le volume de chacun des lots et classifie-les en groupes de solides équivalents.
4. Remarques-tu une relation entre les figures équivalentes et les solides équivalents? Si oui, quelle est cette relation?
5. Calcule le prix de chacun des lots en fonction de leur valeur de bois sur pied et détermine, dans chaque groupe de figures équivalentes, quel lot représente le meilleur marché.
6. M. Bilodeau veut acquérir la forêt ayant le plus important volume de bois et payer le moins possible. Quel lot choisira-t-il?



## TRADUCTION D'UN SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES

Daniel récolte du bois sur la terre de ses parents qu'il veut vendre à des usines de pâtes et papiers. Il doit signer une entente avec un transporteur qui achemine le bois de sa terre vers l'usine. Daniel veut, comme la plupart des gens, avoir le meilleur prix possible afin de maximiser ses profits. Il considère deux compagnies dont les modalités sont légèrement différentes. La compagnie A facture un prix de base de 200 \$ et un prix fixe de 14,50 \$ par mètre cube de bois livré. La compagnie de transport B facture aussi un prix de base, de 50 \$, et 19 \$ par mètre cube de bois livré.

1. Quelles sont les équations représentant le prix à payer en fonction du nombre de mètres cubes livrés par chacun des transporteurs?
2. Dresse un tableau afin d'illustrer cette relation pour  $x = 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20, 25, 30$ .
3. Illustre cette relation dans un graphique.
4. Quelle compagnie est la plus avantageuse pour des petits volumes de bois?



5. À partir de quel volume de bois devient-il plus avantageux de changer de compagnie de transport?

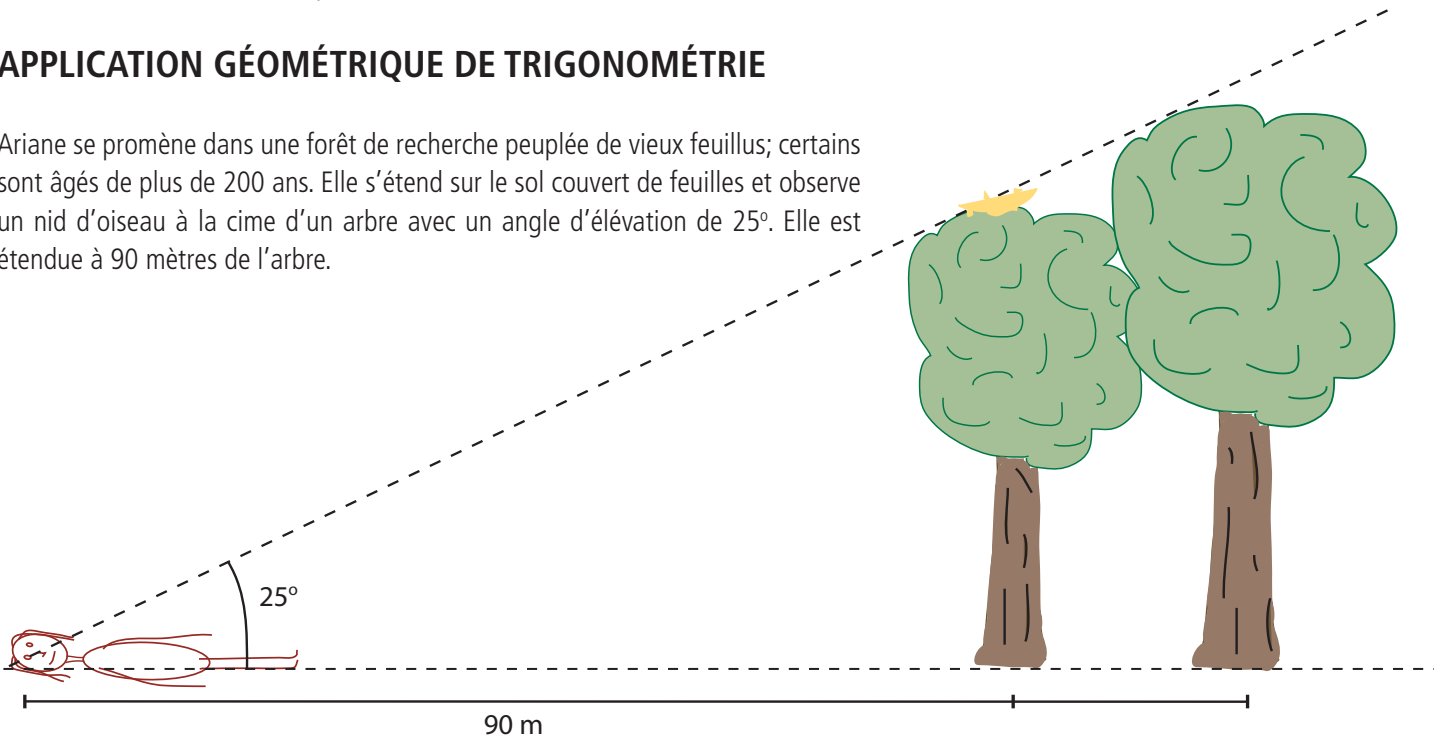
## SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES

Mathieu possède une terre boisée où il veut s'initier à l'aménagement forestier en récoltant du bois de chauffage. Cette activité permet d'aménager la forêt de façon durable tout en générant un revenu d'appoint. Pour pouvoir récolter du bois de chauffage sur sa terre, Mathieu a besoin de peu d'équipements, mais ceux-ci sont dispendieux. Il a besoin d'une tronçonneuse pour abattre les arbres et les couper en bûches. La tronçonneuse qu'il désire se procurer coûte 615 \$. Il doit également s'équiper d'un véhicule tout-terrain pour transporter le bois jusqu'à sa résidence. Le véhicule tout-terrain coûte 2 995 \$. Il décide de verser des billets de 5 \$ et 10 \$ dans un pot jusqu'à ce qu'il ait le montant requis pour l'achat de la tronçonneuse et du véhicule tout-terrain. Plusieurs mois plus tard, il vérifie le montant du pot et réalise qu'il a 35 \$ de plus que le montant requis. Aussi, il remarque qu'il y a 4 fois plus de billets de 10 \$ que de billets de 5 \$.

1. Quel système d'équations représente cette situation?
2. Résous le système d'équations pour trouver combien de billets de 5 \$ et de 10 \$ Mathieu a amassés.
3. Que recommanderais-tu qu'il achète avec les 35 \$ restants? (indice : sécurité)

## APPLICATION GÉOMÉTRIQUE DE TRIGONOMÉTRIE

Ariane se promène dans une forêt de recherche peuplée de vieux feuillus; certains sont âgés de plus de 200 ans. Elle s'étend sur le sol couvert de feuilles et observe un nid d'oiseau à la cime d'un arbre avec un angle d'élévation de  $25^\circ$ . Elle est étendue à 90 mètres de l'arbre.



1. Quelle est la hauteur de l'arbre?
2. De combien de mètres doit-elle se distancer de l'arbre pour observer le nid avec un angle de  $8^\circ$ ?
3. Au-delà du nid d'oiseau, Ariane voit un oiseau à la cime d'un arbre derrière celui qui loge le nid. Cet oiseau doit parcourir au minimum 16,55 m pour atteindre son nid. Quelle est la hauteur de ce deuxième arbre? Et à quelle distance cet arbre est-il du premier?

## STATISTIQUES

Solange travaille dans le domaine de la foresterie, plus précisément elle travaille pour une firme d'entrepreneurs forestiers. Ceux-ci réalisent des travaux d'aménagement forestier chez les petits producteurs forestiers ne possédant pas la machinerie pour le faire. Le travail



en forêt est effectué par une abatteuse multifonctionnelle. Le cout d'opération d'une telle machine, qui coupe, ébranche et tronçonne l'arbre sur place, est de 2000 \$ par jour. D'autre part, Solange a noté depuis un mois la quantité d'arbres récoltés par une abatteuse quotidiennement, soit 245, 256, 229, 235, 267, 254, 263, 217, 245, 257, 234, 250, 261, 258, 249, 233, 240, 242, 251, 248. Un arbre rapporte en moyenne 145 \$ lorsqu'il est utilisé de façon optimale.

1. Est-ce que la compagnie fait des profits à ce rythme de récolte de bois?
2. Quelle est la moyenne d'arbres coupés par jour par l'abatteuse multifonctionnelle?
3. Quels sont la médiane et le mode de cette distribution?
4. Quelle est la moyenne de profits par jour?

## FONCTIONS POLYNOMIALES

Un propriétaire désire faire aménager son boisé par un entrepreneur forestier, car il ne possède pas l'équipement nécessaire à la réalisation de ce genre de travaux et il n'a pas le temps puisqu'il a déjà un emploi à temps plein. Il s'informe sur les tarifs de deux entrepreneurs. L'entrepreneur A demande 87 \$ par arbre récolté alors que l'entrepreneur B charge 35 \$ par mètre cube de bois récolté. Le propriétaire estime qu'il peut récolter 300 arbres dans son boisé sans avoir d'impacts importants pour la faune. Les arbres du boisé ont un volume moyen de  $3,6 \text{ m}^3$ .

1. Quel entrepreneur doit-il choisir afin de maximiser ses profits?
2. Si le propriétaire optimise sa récolte de matière ligneuse, il peut obtenir 180 \$ par arbre abattu. Quel sera le montant de ses profits s'il choisit l'entrepreneur le plus avantageux?

## FONCTIONS POLYNOMIALES

Jacques et Jocelyne sont tous deux à la retraite et décident de faire aménager leur boisé pour améliorer le potentiel faunique de celui-ci. Ils aiment tous deux se balader en forêt et désirent avoir un sentier pédestre pour observer la faune agréablement. Ne connaissant pas beaucoup les tarifs des entrepreneurs forestiers, ils s'enquière de trois d'entre eux pour voir la différence de prix et choisir la meilleure offre. Ils disposent de 8,000 \$ pour faire réaliser les travaux. L'entrepreneur A charge 300 \$ pour l'évaluation du boisé, 500 \$ pour la réalisation du plan d'aménagement et un taux horaire de 75 \$ pour le travail en forêt. L'entrepreneur B demande 1,000 \$ pour la réalisation du plan d'aménagement, qui comprend l'évaluation du boisé, et 55 \$ par heure de travail en forêt. L'entrepreneur C ne charge que 500 \$ pour l'évaluation du boisé et la réalisation du plan d'aménagement, mais il demande un taux horaire de 100 \$ pour la réalisation des travaux.

1. Illustre la relation entre le prix et le nombre d'heures de travail pour chacun des entrepreneurs.
2. Représente chaque relation sur un même graphique pour mieux voir la différence entre les trois entrepreneurs.
3. Avec quel entrepreneur devraient-ils faire affaire pour profiter du plus grand nombre d'heures de travail d'aménagement avec le budget dont ils disposent?